

## باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) رشته‌ی: علوم تجربی ساعت شروع: ۹ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		
سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان: ۴ / ۶ / ۱۳۸۹		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹ مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		
۱	مجموعه جواب نامعادله‌ی مقابل را به صورت بازه نوشته و روی محور نمایش دهید. $-1 < \frac{1-3x}{2} \leq 4$	۰/۷۵
۲	دامنه‌ی توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ب) $g(x) = \text{Cot}(2x - \frac{\pi}{2})$	۱/۲۵
۳	تابع $y = ax^2 + x + b$ مفروض است، ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که منحنی از نقطه‌ی $A(2, -2)$ بگذرد و محور $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.	۱
۴	اگر $f(x) = 2x^2 - 2$ و $f(g(x)) = 2x^2 + 4x$ باشد تابع $g(x)$ را محاسبه نمایید.	۱
۵	حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 1}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x}$	۴/۲۵
۶	اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan(x-a)}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2}$ مقدار $a$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۷	در صورتی که $f(x+2) = \frac{x+4}{x}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ را به دست آورید.	۱
۸	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} 3[x] + 4 & , x \geq -2 \\ \frac{ 2x+4 }{x+2} & , x < -2 \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x_0 = -2$ بررسی کنید.	۱/۵
۹	نقاط ناپیوستگی تابع $y = \frac{x+3}{x^2 - x - 12}$ را تعیین کنید.	۱
۱۰	تابع $f$ با ضابطه‌ی $y = x^2 + 3$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را به ازای $x_1 = 2$ و $\Delta x = 0/3$ به دست آورید.	۰/۷۵
«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»		


## باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) رشته‌ی: علوم تجربی ساعت شروع: ۹ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان: ۴ / ۶ / ۱۳۸۹ دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹ مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = (\Delta x + 1)(x^3 + 4x - 7)$ ب) $y = \left(\frac{1}{x} - \sqrt{x}\right)^5$ ج) $y = \text{Cot}(2x) + \text{Cos}(3x + 4)$ د) $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$	۲/۲۵
۱۲	معادله‌ی خط قائم بر منحنی تابع $y = x^3 - 2x^2 + 1$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر منحنی بنویسید.	۱
۱۳	مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که $A(1, -2)$ نقطه‌ی ماکسیم یا مینیمم تابع $y = x^3 + ax + b$ باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = (x - 1)(x^2 - 2x - 2)$ را رسم کنید.	۱/۷۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

## باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۶ / ۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۰/۷۵	$-۲ < ۱ - ۳x \leq ۸ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow -۳ < -۳x \leq ۷ \Rightarrow \frac{-۷}{۳} \leq x < ۱ \Rightarrow \left[ \frac{-۷}{۳}, ۱ \right) \quad (۰/۲۵)$  <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱
۱/۲۵	<p>الف) <math>۲x - x^2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=۲ \end{cases}</math> <math>\frac{x}{2x-x^2}</math> <math>\begin{matrix} -\infty &amp; 0 &amp; ۲ &amp; +\infty \\ \text{---} &amp; \phi &amp; + &amp; \phi &amp; \text{---} \end{matrix}</math> <math>D_f = [0, ۲]</math> <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>ب) <math>D_g = \mathbb{R} - \left\{ x \mid ۲x - \frac{\pi}{۲} = k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} = \mathbb{R} - \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}, k \in \mathbb{Z} \right\}</math> <math>(۰/۲۵)</math></p>	۲
۱	$\left. \begin{aligned} A(۲, -۲) &\Rightarrow -۲ = ۴a + ۲ + b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ۴a + b = -۴ \\ B(0, ۳) &\Rightarrow ۳ = b \quad (۰/۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{-۷}{۴} \quad (۰/۲۵)$	۳
۱	$f(g(x)) = ۲(g(x))^۲ - ۲ \quad (۰/۲۵)$ $۲(g(x))^۲ - ۲ = ۲x^۲ + ۴x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ۲(g(x))^۲ = ۲x^۲ + ۴x + ۲ \Rightarrow$ $(g(x))^۲ = x^۲ + ۲x + ۱ = (x+۱)^۲ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow g(x) =  x+۱  \quad (۰/۲۵)$	۴
۴/۲۵	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x^۲ + ۱}{۳x^۲ + \sqrt{x^۴} - ۱} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x^۲}{۳x^۲ + x^۲} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta x^۲}{۴x^۲} = \frac{\Delta}{۴}</math> <math>(۰/۲۵)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{\sqrt{x+۲} - ۲}{x^۲ - ۴} \times \frac{\sqrt{x+۲} + ۲}{\sqrt{x+۲} + ۲} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{(x-۲)}{(x-۲)(x+۲)(\sqrt{x+۲} + ۲)} =</math> <math>(۰/۲۵)</math></p> $\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{۱}{(x+۲)(\sqrt{x+۲} + ۲)} = \frac{۱}{۱۶} \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$	۵
«ادامه در صفحه‌ی دوم»		



## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۶ / ۴
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

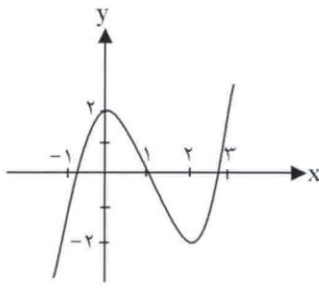
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	<p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x (1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin x (1 + \cos x)} =</math>  <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{0}{2} = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p>د) <math>\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} \neq \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1}{\cos x} \Rightarrow</math> (۰/۲۵) حد ندارد</p>	
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan(x-a)}{(x-a)(x+a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan(x-a)}{x-a} \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x+a} = 1 \times \frac{1}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a=1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۶
۱	$x+2=t$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=t-2$ $f(t) = \frac{t-2+4}{t-2} = \frac{t+2}{t-2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$ (۰/۲۵)	۷
۱/۵	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 3[(-2)^+] + 4 = -6 + 4 = -2 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-2(x+2)}{x+2} = -2 \\ f(-2) = 3[(-2)] + 4 = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۸
۱	$x^2 - x - 12 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ نقاط ناپیوستگی: $x = -3, 4$ (۰/۲۵)	۹
۰/۲۵	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} = \frac{1/29 - 7}{0/3} = 4/3$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۰
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۶ / ۴
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۲/۲۵	<p>الف) <math>y' = 5(x^3 + 4x - 7) + (3x^2 + 4)(5x + 1)</math> (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>ب) <math>y' = 5\left(\frac{-1}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1}{x} - \sqrt{x}\right)^4</math> (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>ج) <math>y' = -2(1 + \cot^2(2x)) - 3\sin(3x + 4)</math> (./۲۵) (./۲۵)</p> <p>د) <math>y' = \frac{-2x(x+2) - (3-x^2)}{(x+2)^2}</math> (./۲۵)</p>	۱۱																														
۱	<p><math>x=2 \Rightarrow y=1</math> (./۲۵)</p> <p><math>y' = 3x^2 - 4x \Rightarrow m = f'(2) = 4</math> (./۲۵) <math>\Rightarrow m' = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{4}</math> (./۲۵)</p> <p><math>y-1 = \frac{-1}{4}(x-2)</math> (./۲۵)</p>	۱۲																														
۱/۲۵	<p><math>A(1, -2) \Rightarrow -2 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -3</math> (./۲۵)</p> <p><math>y' = 3x^2 + a</math> (./۲۵) <math>\Rightarrow 3 + a = 0</math> (./۲۵) <math>\Rightarrow a = -3</math> (./۲۵) <math>\Rightarrow b = 0</math> (./۲۵)</p>	۱۳																														
۱/۷۵	<p><math>y' = 3x^2 - 6x = 0</math> (./۲۵) <math>\Rightarrow \begin{cases} x=0, &amp; y=2 \\ x=2, &amp; y=-2 \end{cases}</math> (./۲۵)</p> <p><math>y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x=1, y=0</math> (./۲۵)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>↗</td> <td>2 max</td> <td>↘</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>↘</td> <td>-2 min</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>↗</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>(./۵)</p> <div style="text-align: right;">  <p>(./۲۵)</p> </div>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'		+	0	-	+	y	$-\infty$	↗	2 max	↘	0					↘	-2 min					↗	$+\infty$	۱۴
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$																											
y'		+	0	-	+																											
y	$-\infty$	↗	2 max	↘	0																											
				↘	-2 min																											
				↗	$+\infty$																											
۲۰	جمع نمره																															

باسلام و خسته نباشید؛

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.